Mini-Curso de Estatística
Curso de Ecologia da Floresta Amazônica
PDBFF - Manaus, AM, Brasil - Agosto de 2008

Adriano Sanches Melo
Dep. Ecologia, Instituto de Biociências
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
C.P. 15007 - Porto Alegre - RS - Brasil

adrimelo@ufrgs.br
www.ecologia.ufrgs.br/~adrimelo/

Objetivos

-- A coisa não é tão difícil assim...

-- Importância do planejamento

-- Idéia de modelos lineares

-- Familiarização com análises

-- Resolução de problemas em computador (Systat)

Visão Geral

-- Planejamento, tipos de variáveis
-- Modelos Lineares
-- Inferências: teste de b_x e partição variância
-- Blocos
-- Interação
-- Modelos Lineares - Exemplos resolvidos
    Teste t
    Regressão linear simples
    Anova 1 fator
    Anova 1 fator + bloco
    Anova 2 fatores
    Qui-quadrado
-- Análise multivariada exploratória
    Índices de similaridade
    Noções de Classificação e Ordenação
-- Tarde – Resolução de exercícios

0) Planejamento: Razão de ser tão importante.

Trabalhos A.S. Flecker

1) Modelos lineares.

A base para os testes de hipóteses tradicionais.

$Y_i = b_0 + b_1X_i + e_i$

2) Análises são basicamente as mesmas...

O que muda é a natureza (contínua, categórica) das variáveis dependentes e independentes.

-Cada capítulo, uma análise...

Exemplos de modelos lineares

3) Variáveis dependentes e independentes.

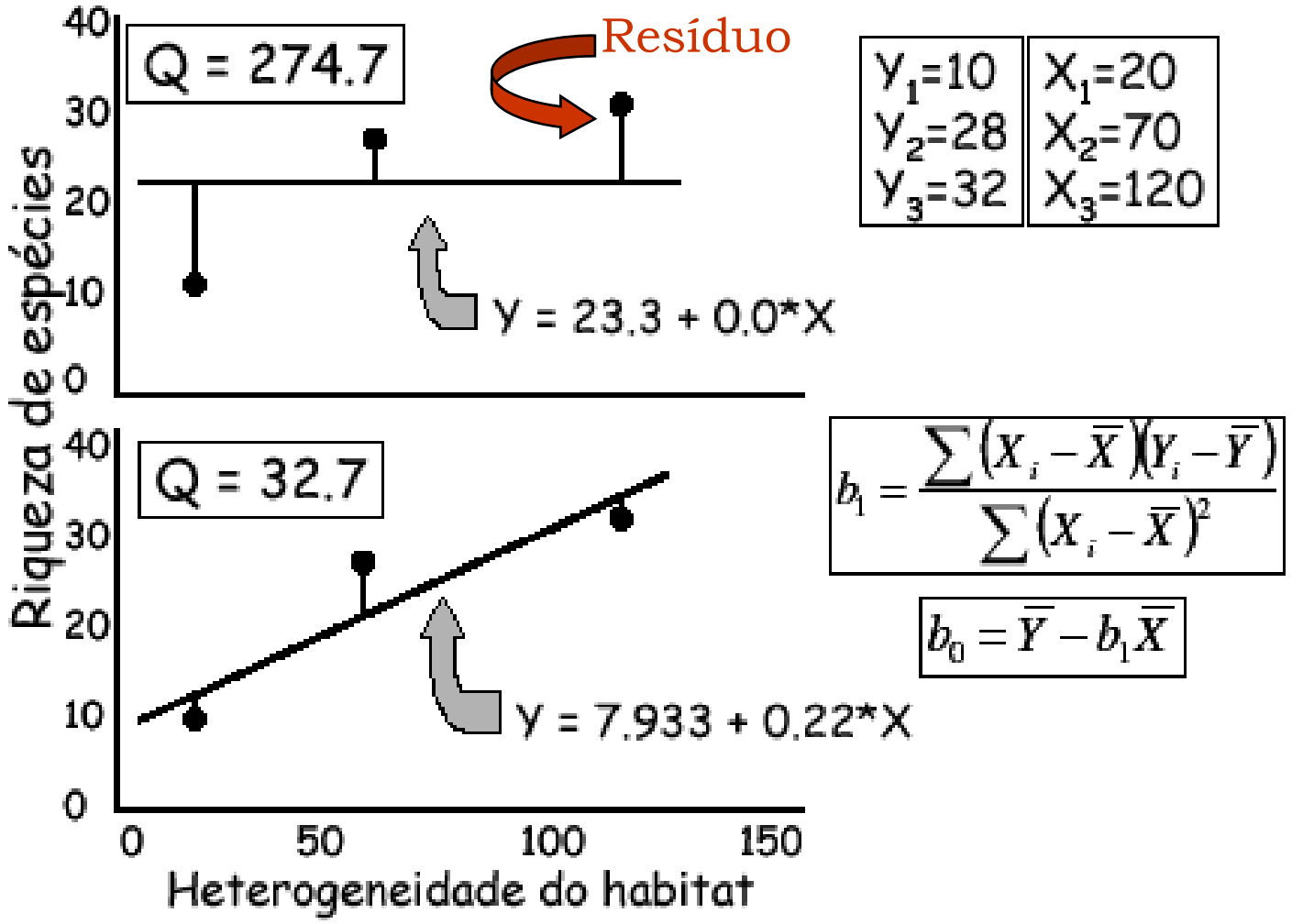
(respostas) (preditoras)

Exemplos

4) O modelo de regressão linear simples.

Ajuste do modelo

$$Q = \text{Soma}\left(Y_i - [\, b_0 + b_1 X_i \,] \right)^2$$



$Y_1=10$	$X_1=20$
$Y_2=28$	$X_2=70$
$Y_3=32$	$X_3=120$

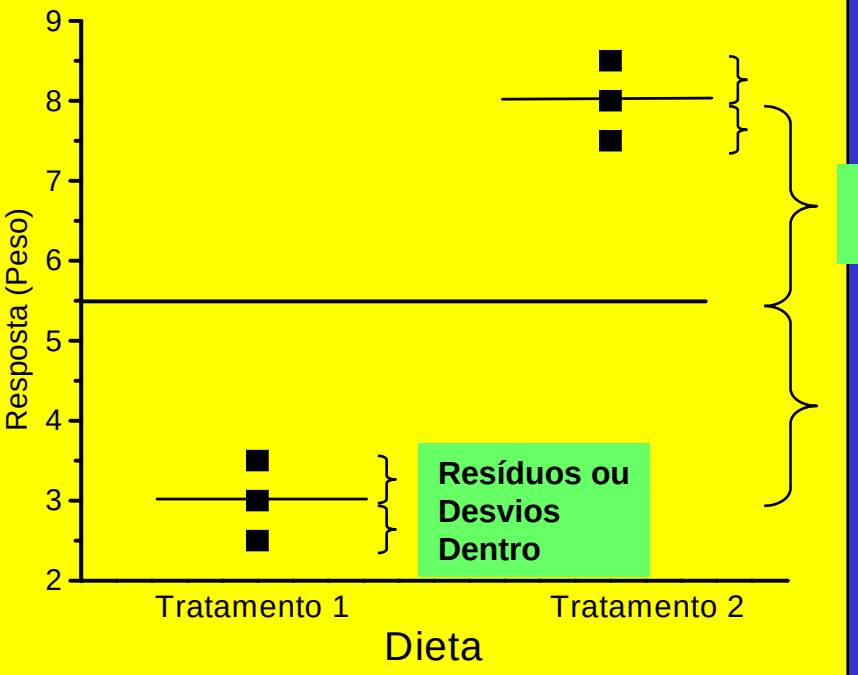
$$b_1 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum (X_i - \bar{X})^2}$$

$$b_0 = \bar{Y} - b_1 \bar{X}$$

Média também minimiza Q !!!

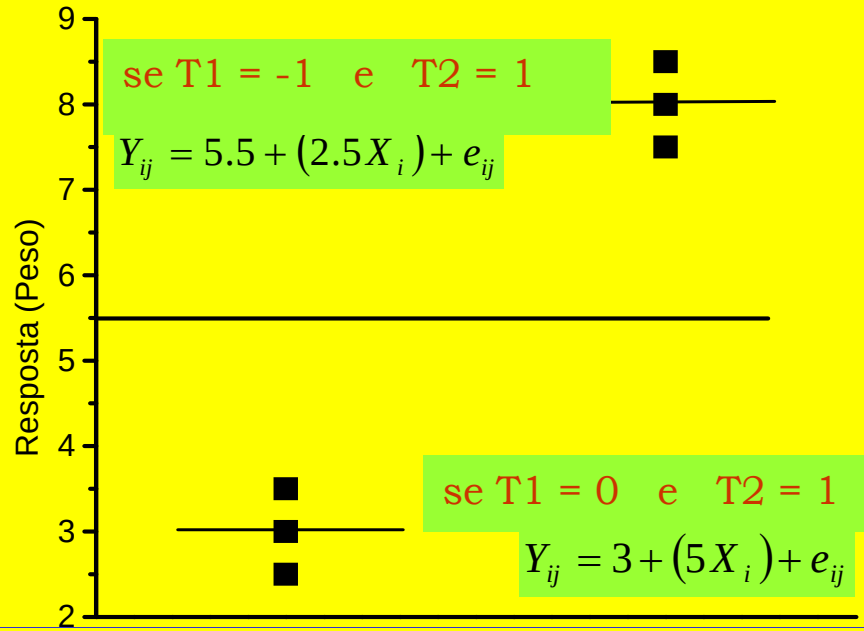
5a) Variáveis preditoras categóricas: variáveis indicadoras

2 níveis



Desvio Entre

Resíduos ou Desvios Dentro



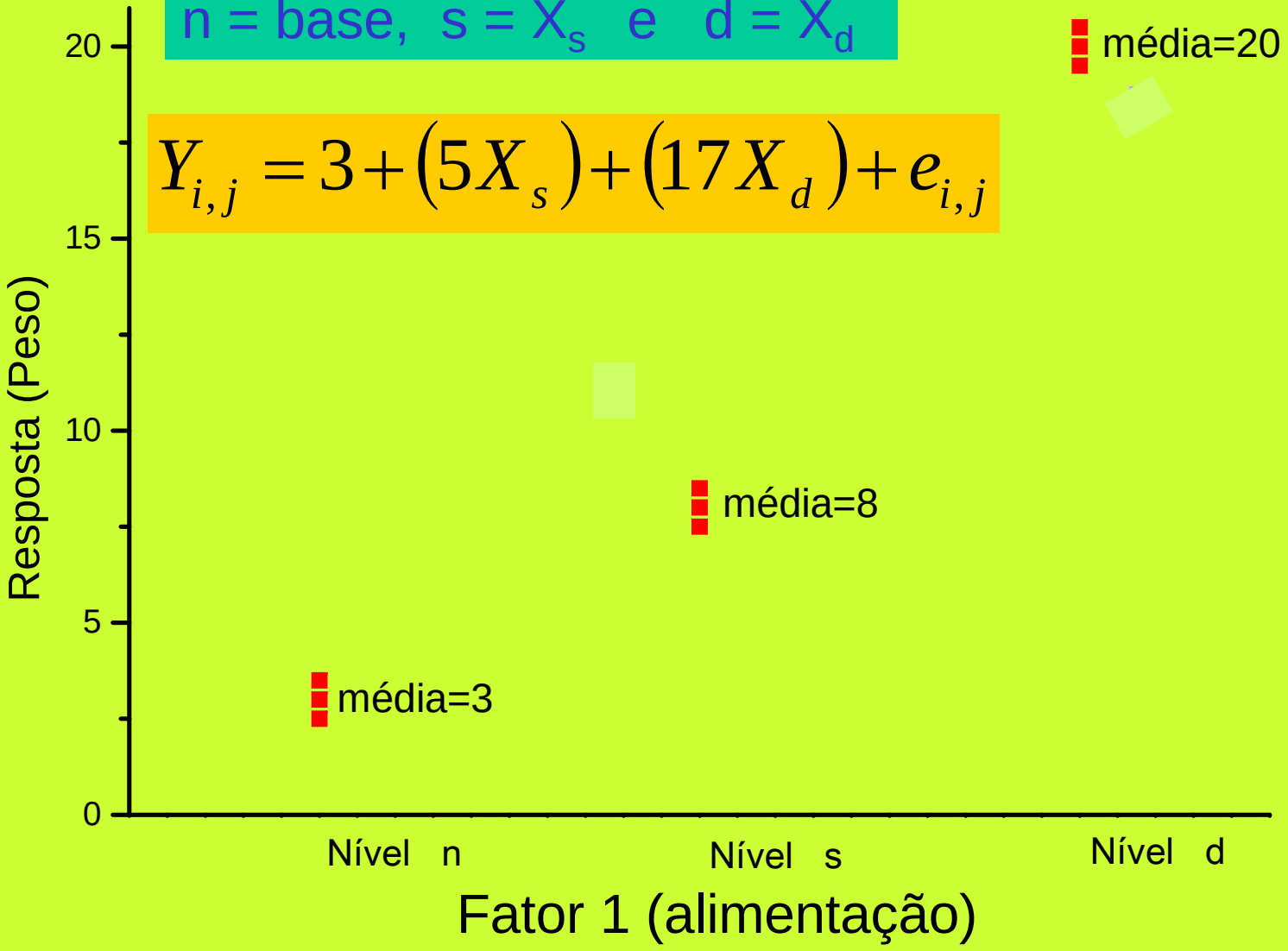
5b) Variáveis preditoras categóricas: variáveis indicadoras

> 2 níveis

X	Y
n	2.5
n	3
n	3.5
s	7.5
s	8
s	8.5
d	19.5
d	20
d	20.5

n = base, s = X_s e d = X_d

$$Y_{i,j} = 3 + (5X_s) + (17X_d) + e_{i,j}$$



6) Modelos Lineares (As 'diferentes' análises....)

Variável dependente: **Contínua**

Tipo variável independente	Número de variáveis independentes: 1	2	3
contínua	regressão simples	regressão múltipla	regressão múltipla
qualitativa	teste *t* (1-2 níveis) 1-anova (>2 níveis)	test *t* pareado 2-anova 1-anova + bloco	3-anova 2-anova + bloco 1-anova + 2 blocos
mixta	----	Ancova	Ancova

7) Inferências

--Forma geral para testar a 'significância' de uma variável preditora.

--Pergunta que se faz: Vale a pena incluir no modelo?

--Duas formas de interpretar

7a) Coeficientes são diferentes de '0' ?

Numa regressão linear simples:

Vale a pena incluir b_1X?

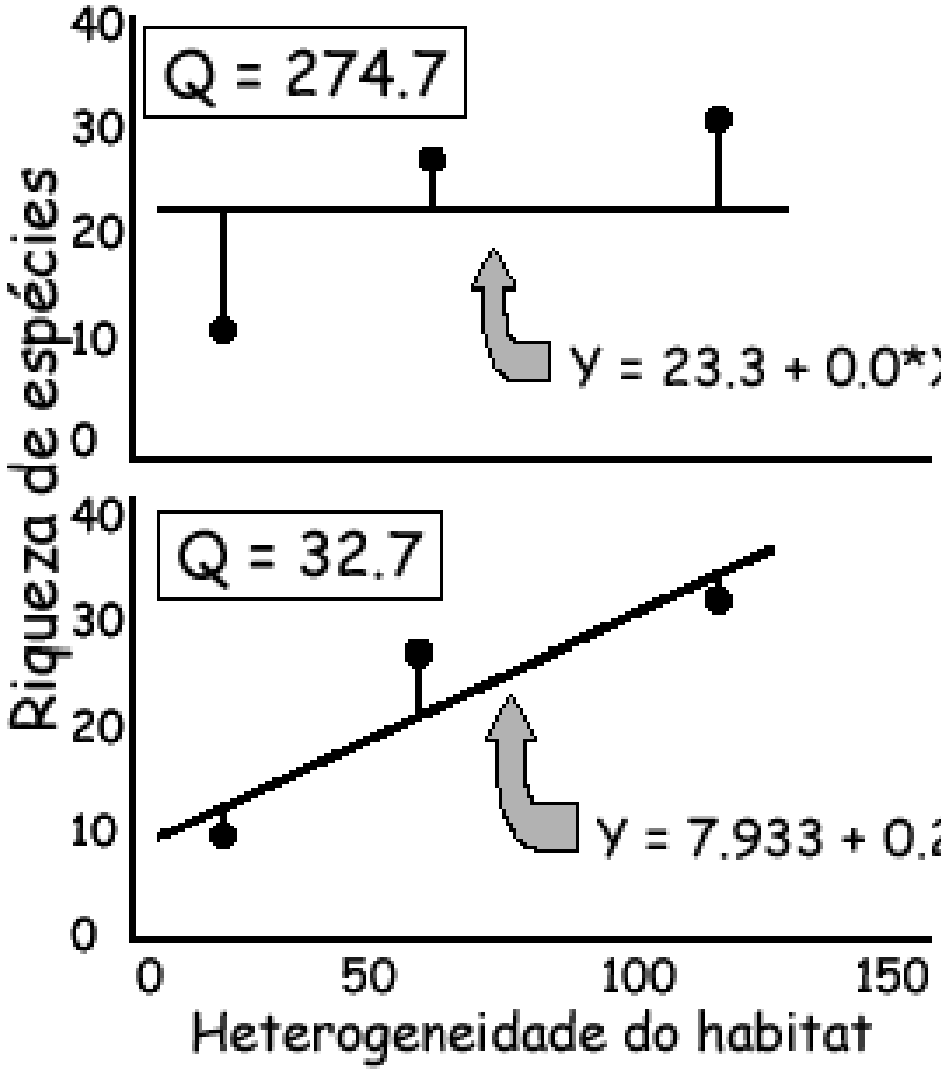
A variável X aumenta a explicação consideravelmente?

Teste: $H_0: b_1 = 0$ $(Y = b_0)$

ou $H_1: b_1 \neq 0$ $(Y = b_0 + b_1X)$

7b) Partição de Variância

$$Q = S(Y_i - [b_0 + b_1 X_i])^2$$



Y_1=10	X_1=20
Y_2=28	X_2=70
Y_3=32	X_3=120

$$b_1 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum (X_i - \bar{X})^2}$$

$$b_0 = \bar{Y} - b_1 \bar{X}$$

Resultado Systat Exemplo Anterior

Dep Var: VAR00005 N: 3 Multiple R: 0.939 **Squared multiple R:0.881**

Adjusted squared multiple R: 0.762 Standard error of estimate:5.715

Effect	Coefficient	Std Error	Std Coef	Tolerance	t	P(2 Tail)
CONSTANT	7.933	6.550	0.000	.	1.211	0.439
VAR00004	**0.220**	**0.081**	**0.939**	1.000	**2.722**	**0.224**

Analysis of Variance

Source	Sum-of-Squares	df	Mean-Square	F-ratio	P
Regression	**242.000**	1	242.000	7.408	**0.224**
Residual	**32.667**	1	32.667		

274.667 = 242.000 + 32.667

SSTotal = SSReg + SSE

R^2 = 242 / 274.667 = **0.881**

SSTotal

$(10 - 23.33)^2 = 177.78$

$(28 - 23.33)^2 = 21.78$

$(32 - 23.33)^2 = 23.33$

274.67

Y ajustado

7.93+0.22*20 = 12.33

7.93+0.22*70 = 23.33

7.93+0.22*120 = 34.33

SSE

$(10-12.33)^2 = 5.44$

$(28-23.33)^2 = 21.78$

$(32-34.33)^2 = 5.44$

32.67

-- Por que dividir por (n-1) ?

-- A idéia de *graus de liberdade* (Crawley p.36)

$$\text{Variância} = s^2 = \frac{SS}{n-1}$$

Suponha termos 5 números e que sua média seja 4. A soma dos números, portanto, deve ser 20. Vamos ver quais números poderiam ser:

1) O primeiro número pode ser qualquer um; por exemplo o 2

2				

2) O segundo número pode ser qualquer um; por exemplo o 7

2	7			

3) O terceiro número pode ser qualquer um; por exemplo o 4

2	7	4		

4) O quarto número pode ser qualquer um; por exemplo o 0

2	7	4	0	

5) Não temos escolha para o quinto número; ele DEVE ser 7

2	7	4	0	7

7b) Partição de Variância

SSTotal (SST) = SSRegressão (SSR) + SSResíduo (SSE)

$$\underbrace{Y_i - \overline{Y}}_{\text{SST}} = \underbrace{\hat{Y}_i - \overline{Y}}_{\text{SSR}} + \underbrace{Y_i - \hat{Y}_i}_{\text{SSE}}$$

$$SST = \sum \left(Y_i - \overline{Y}\right)^2 \longrightarrow MST = Var = \frac{\sum \left(Y_i - \overline{Y}\right)^2}{n-1}$$

$$SSR = \sum \left(\hat{Y}_i - \overline{Y}\right)^2 \longrightarrow MSR = \frac{SSR}{1}$$

$$SSE = \sum \left(Y_i - \hat{Y}\right)^2 \longrightarrow MSE = \frac{SSE}{n-2}$$

7e) Graus de Liberdade (gl ou df)

Total = n – 1

Modelo = número de parâmetros exceto constante (b_0)

Variável contínua = 1

Variável categórica = níveis – 1

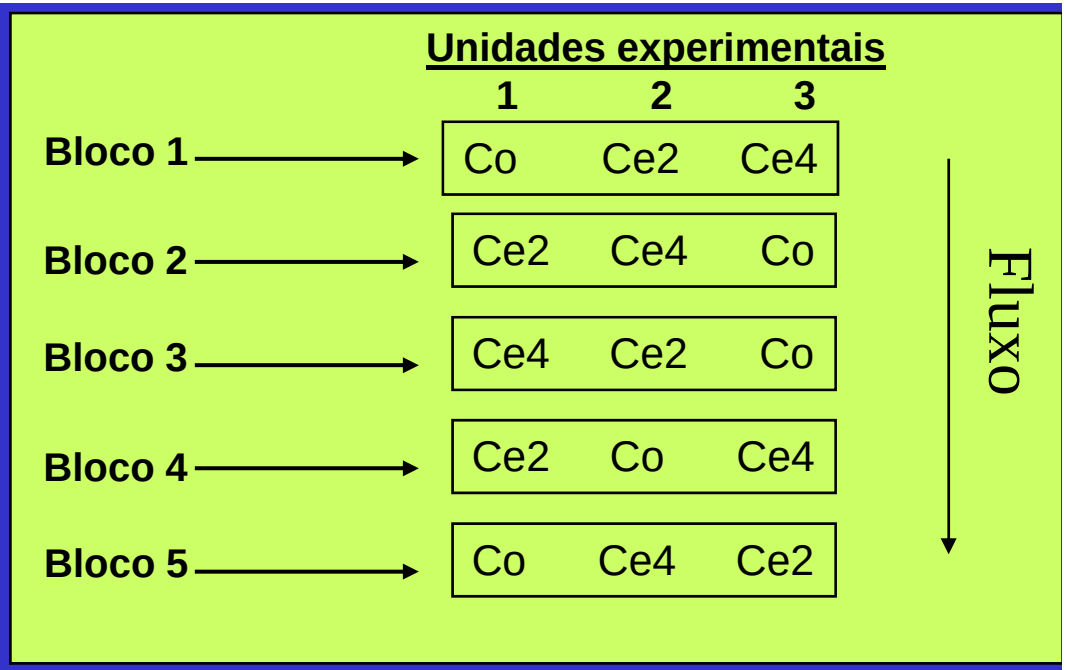
Resíduo = gl Total – gl Modelo

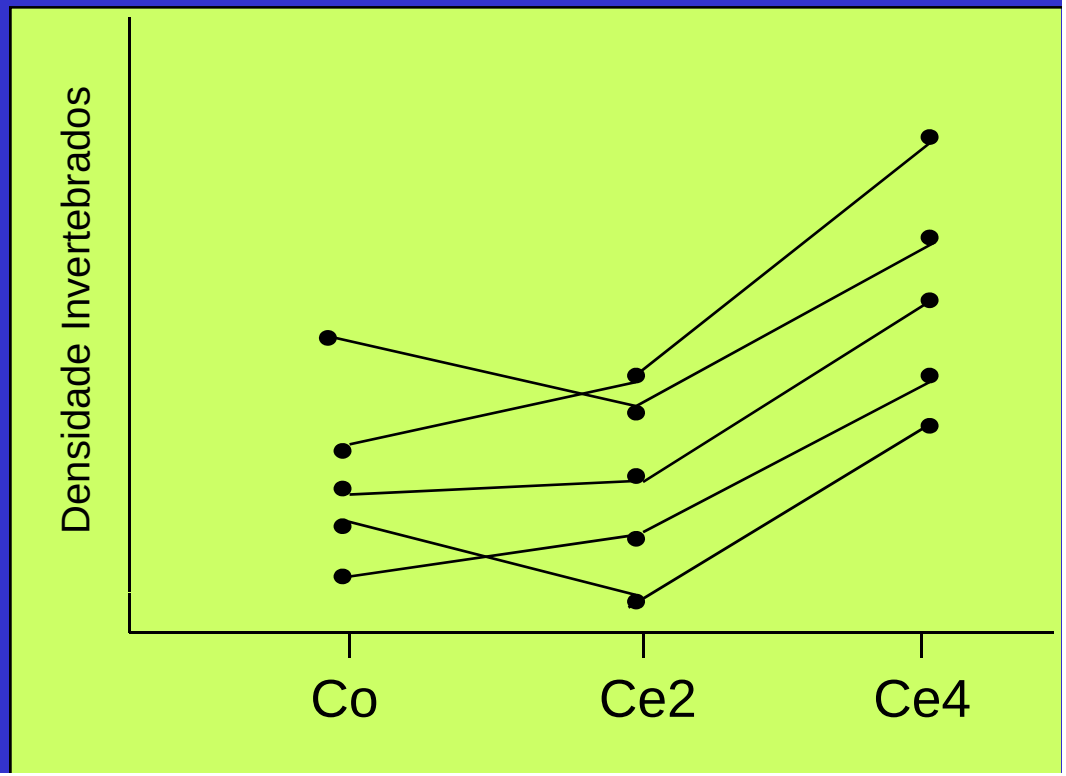
8) Refinando nosso estudo: Uso de blocos

Experimento *Prochilodus*.
3 níveis do fator de estudo
Co = controle;
Ce2 = Controle de procedimento
Ce4 = gaiola de exclusão 4 lados

O trabalho é feito por corredeiras, cada corredeira sendo 1 bloco.

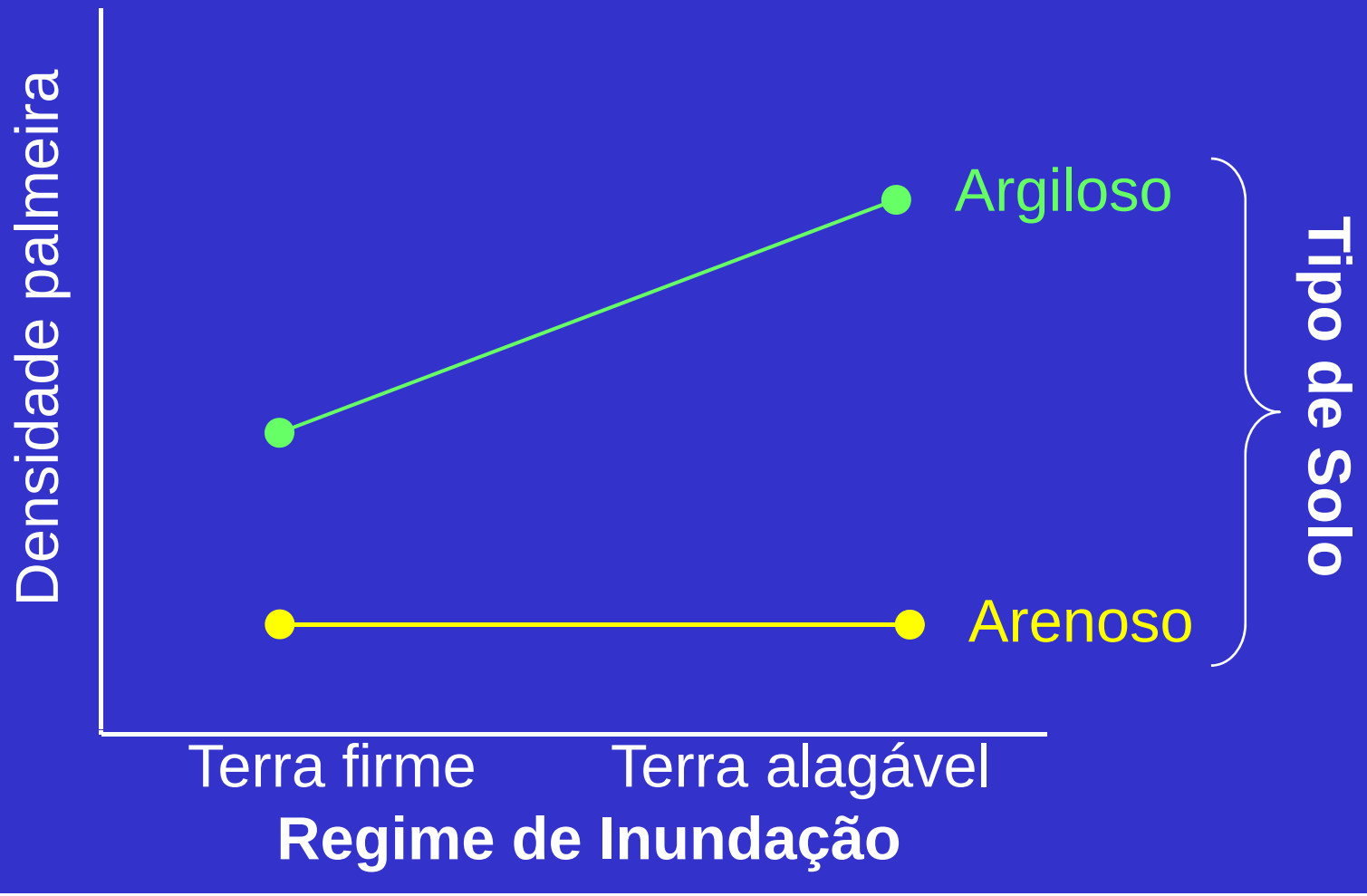
Note que em cada corredeira existe uma réplica do tratamento. Poderíamos ter mais de uma réplica por corredeira. Note também que a posição do tratamento dentro da corredeira é aleatória. Este desenho experimental em blocos seria útil no caso de haver indícios de que a fauna entre corredeiras seja distinta, ou seja que as corredeiras sejam muito diferentes umas das outras.





9) Quando temos mais de uma variável preditora

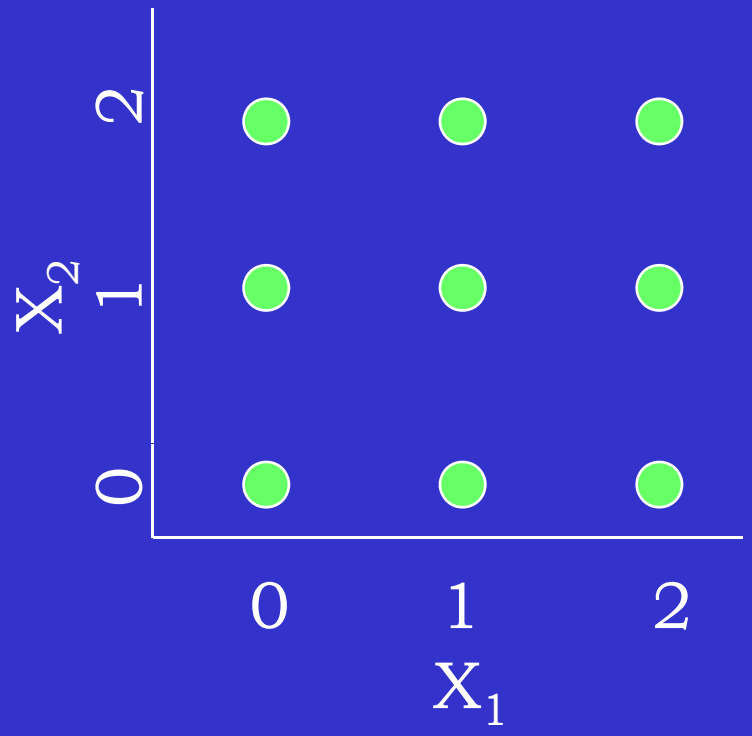
Interação

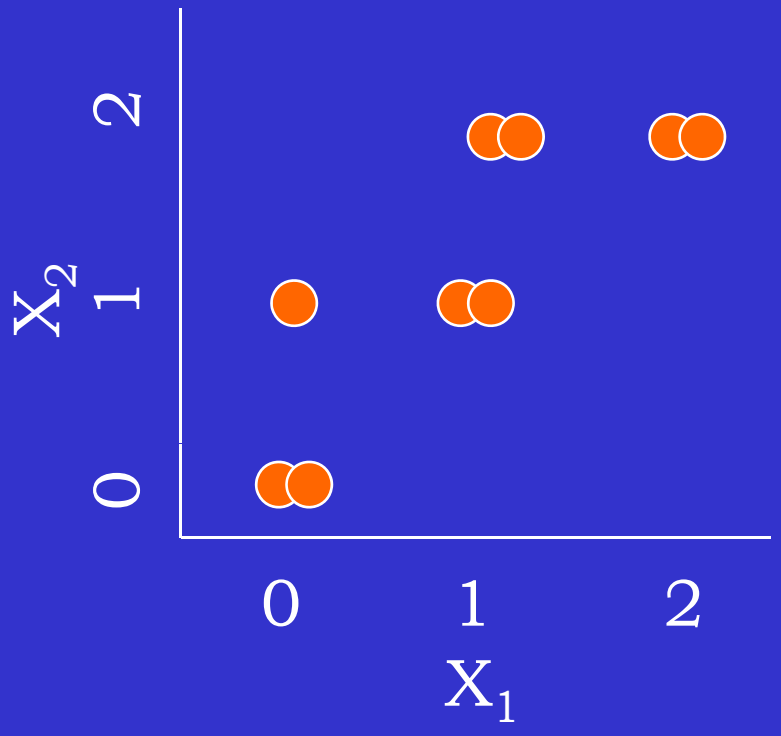


10) Quando temos mais de uma variável preditora

Análises fatoriais
Correlação entre variáveis preditoras é ‘0’

Análises não fatoriais
Correlação entre variáveis **preditoras** é diferente de ‘0’
Problemas com multicolinearidade ....





11) Modelos Lineares Generalizados (GLM)

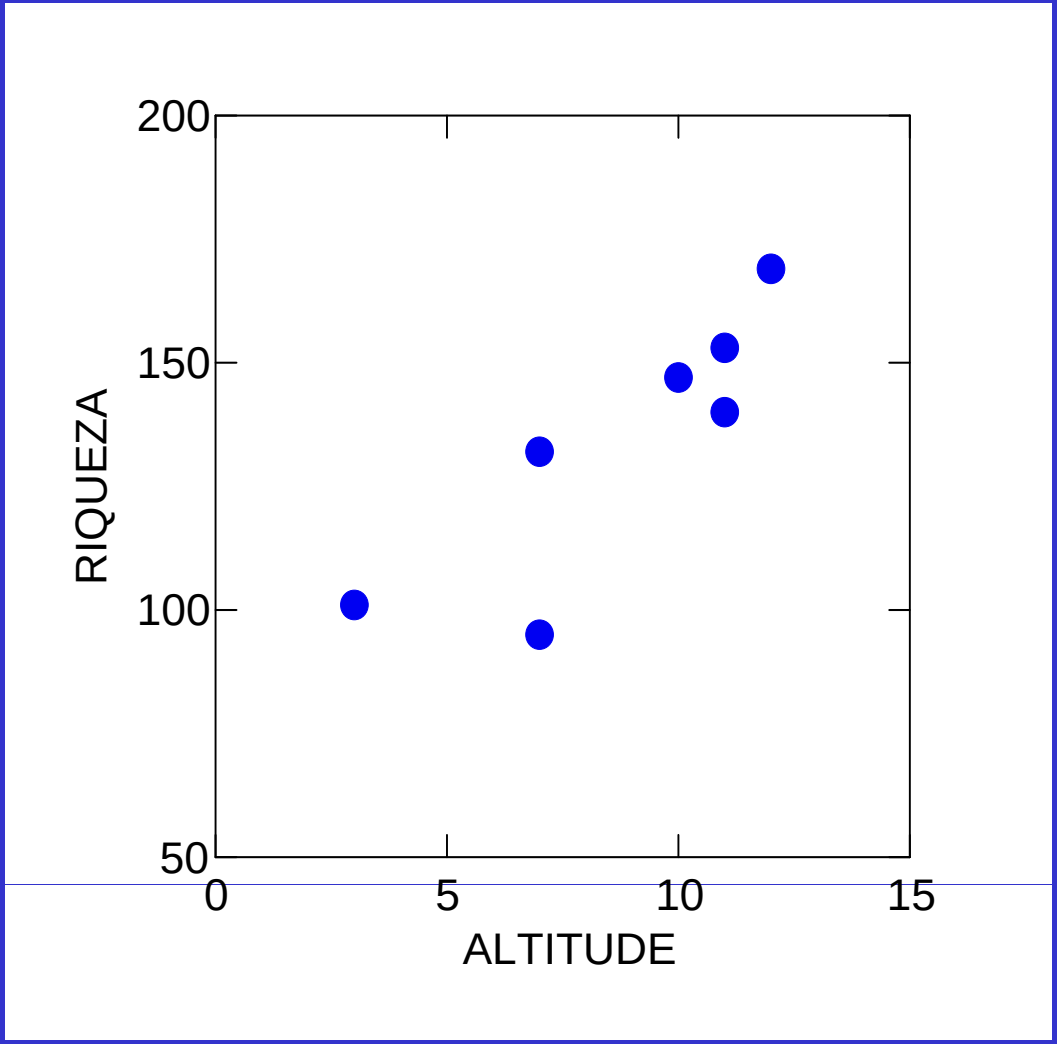
Variável dependente: **Qualitativa**

Tipo variável independente	Número de variáveis independentes: 1	2	3
contínua	regressão logística simples	regressão logística múltipla	regressão logística múltipla
qualitativa	teste *G* teste χ^2	modelos log-lineares	modelos log-lineares
mixta	----	regressão logística múltipla	regressão logística múltipla

Na prática - Regressão Linear Simples

Passo 1 - Escolha do modelo

S	Altitude
101	3
95	7
132	7
147	10
140	11
153	11
169	12



Na prática - Regressão Linear Simples

Passo 2 - Ajuste do modelo Resultado Systat

Dep Var: RIQUEZA N: 7 **Multiple R: 0.861** **Squared multiple R: 0.741**
Adjusted squared multiple R: 0.689 Standard error of estimate: 15.111

Effect	Coefficient	Std Error	Std Coef	Tolerance	t	P(2 Tail)
CONSTANT	**70.344**	**17.746**	0.000	.	3.964	0.011
ALTITUDE	**7.288**	**1.928**	0.861	1.000	**3.780**	**0.013**

Effect	Coefficient	Lower	< 95%>	Upper
CONSTANT	70.344	24.727		115.961
ALTITUDE	**7.288**	**2.332**		**12.245**

Correlation matrix of regression coefficients

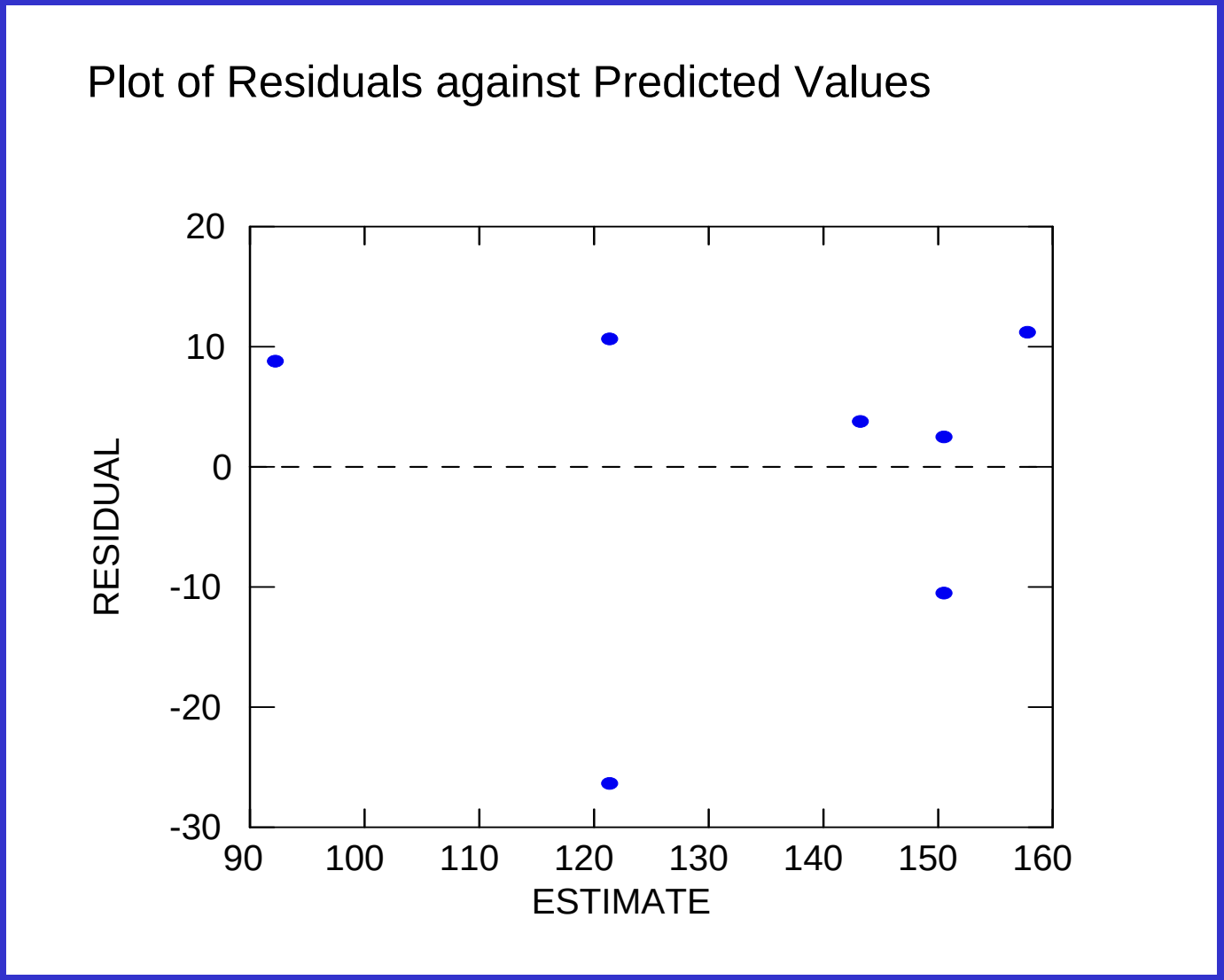
	CONSTANT	ALTITUDE
CONSTANT	1.000	
ALTITUDE	-0.947	1.000

Analysis of Variance

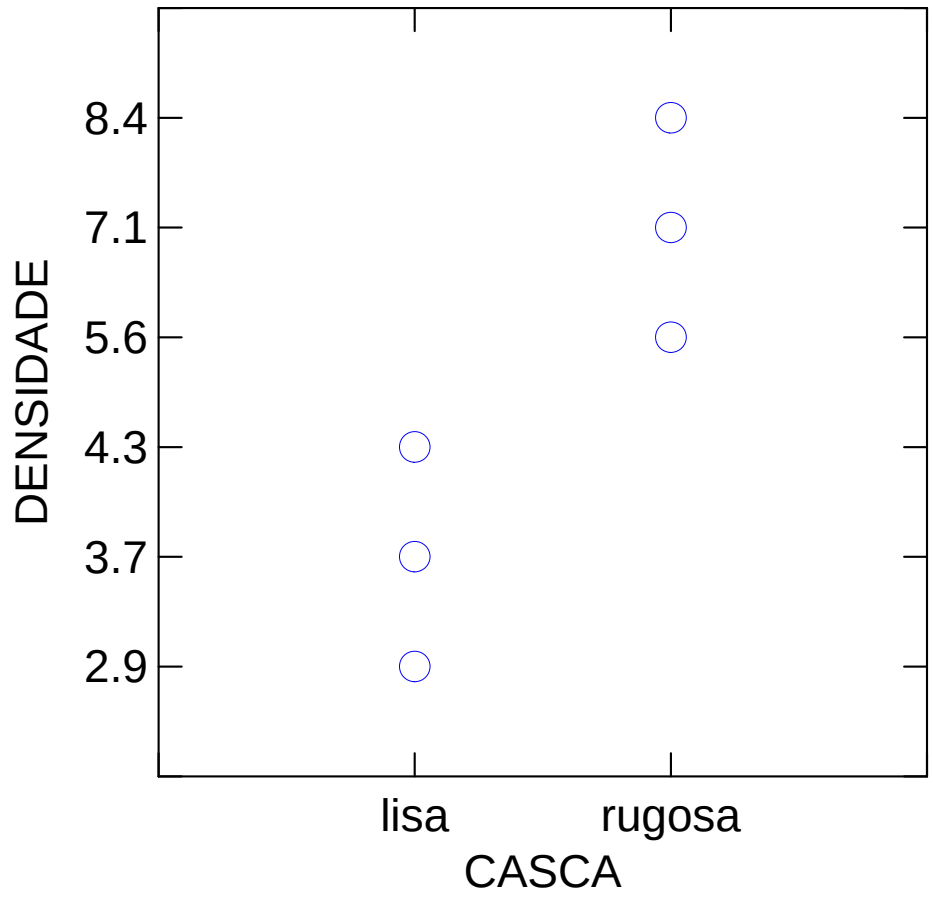
Source	Sum-of-Squares	df	Mean-Square	F-ratio	P
Regression	**3263.108**	**1**	**3263.108**	**14.290**	**0.013**
Residual	**1141.749**	**5**	**228.350**		

Na prática - Regressão Linear Simples

Passo 3 - Adequação do modelo (transformação ?)



Na prática - Teste t



Densidade	Tipo de casca
3.7	lisa
4.3	lisa
2.9	lisa
5.6	rugosa
8.4	rugosa
7.1	rugosa

Médias
geral = 5.333
lisa = 3.633
rugosa = 7.033

Na prática Teste t

$(3.7 - 3.633)^2 = 0.004489$
$(4.3 - 3.633)^2 = 0.444889$
$(2.9 - 3.633)^2 = 0.537289$
$(5.6 - 7.033)^2 = 2.053489$
$(8.4 - 7.033)^2 = 1.868689$
$(7.1 - 7.033)^2 = 0.004489$
4.913334

$(3.633 - 5.333)^2 = 2.89$
$(7.033 - 5.333)^2 = 2.89$
5.78

n = 3
5.78 * 3 = **17.34**

D	casca
3.7	lisa
4.3	lisa
2.9	lisa
5.6	rugo
8.4	rugo
7.1	rugo

Resultado Systat

Dep Var:DENSIDADE N: 6 Multiple R:0.883 Squared multiple R:0.779

Estimates of effects $B = (X'X)^{-1} X'Y$

		DENSIDADE
CONSTANT		**7.033**
CASCA$	**lisa**	**-3.400**

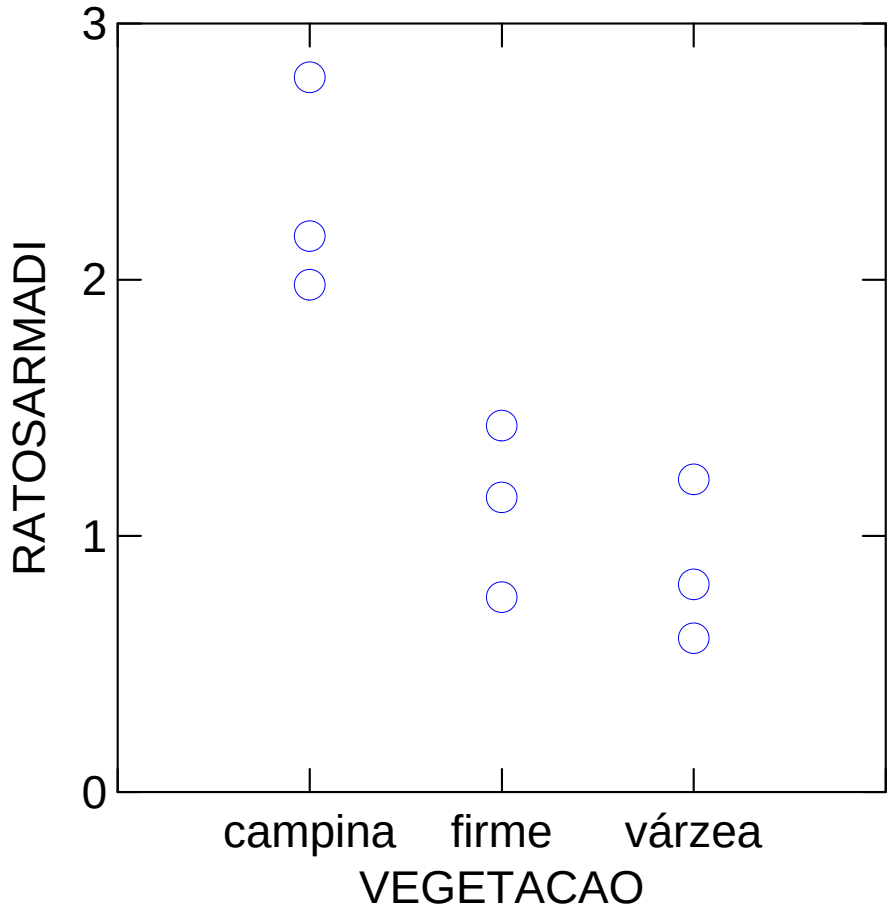
Analysis of Variance

Source	Sum-of-Squares	df	Mean-Square	F-ratio	P
Regression	**17.340**	**1**	**17.340**	**14.117**	**0.020**
Residual	**4.913**	**4**	**1.228**		

Médias
geral = 5.333
lisa = 3.633
rugosa = 7.033

Na prática - Anova 1 fator

Ratos/armadilha	Vegetação
0.60	várzea
0.81	várzea
1.22	várzea
1.43	firme
1.15	firme
0.76	firme
2.17	campina
1.98	campina
2.79	campina



Médias
geral = 1.434
várzea = 0.877
firme = 1.113
campina = 2.313

Na prática - Anova 1 fator

Resultado Systat

```
Dep Var:RATOSARMADI  N:9  Multiple R:0.905  Squared multiple R:0.819
                                  -1
Estimates of effects  B = (X'X)  X'Y

                                RATOSARMADI

   CONSTANT                          0.877
   VEGETACAO$   campina              1.437
   VEGETACAO$   firme                0.237


                              Analysis of Variance

Source           Sum-of-Squares   df  Mean-Square     F-ratio        P

Regression                3.560     2         1.780      13.619    0.006
Residual                  0.784     6         0.131
-------------------------------------------------------------------------
```

Médias
geral = 1.434
várzea = 0.877
firme = 1.113
campina = 2.313

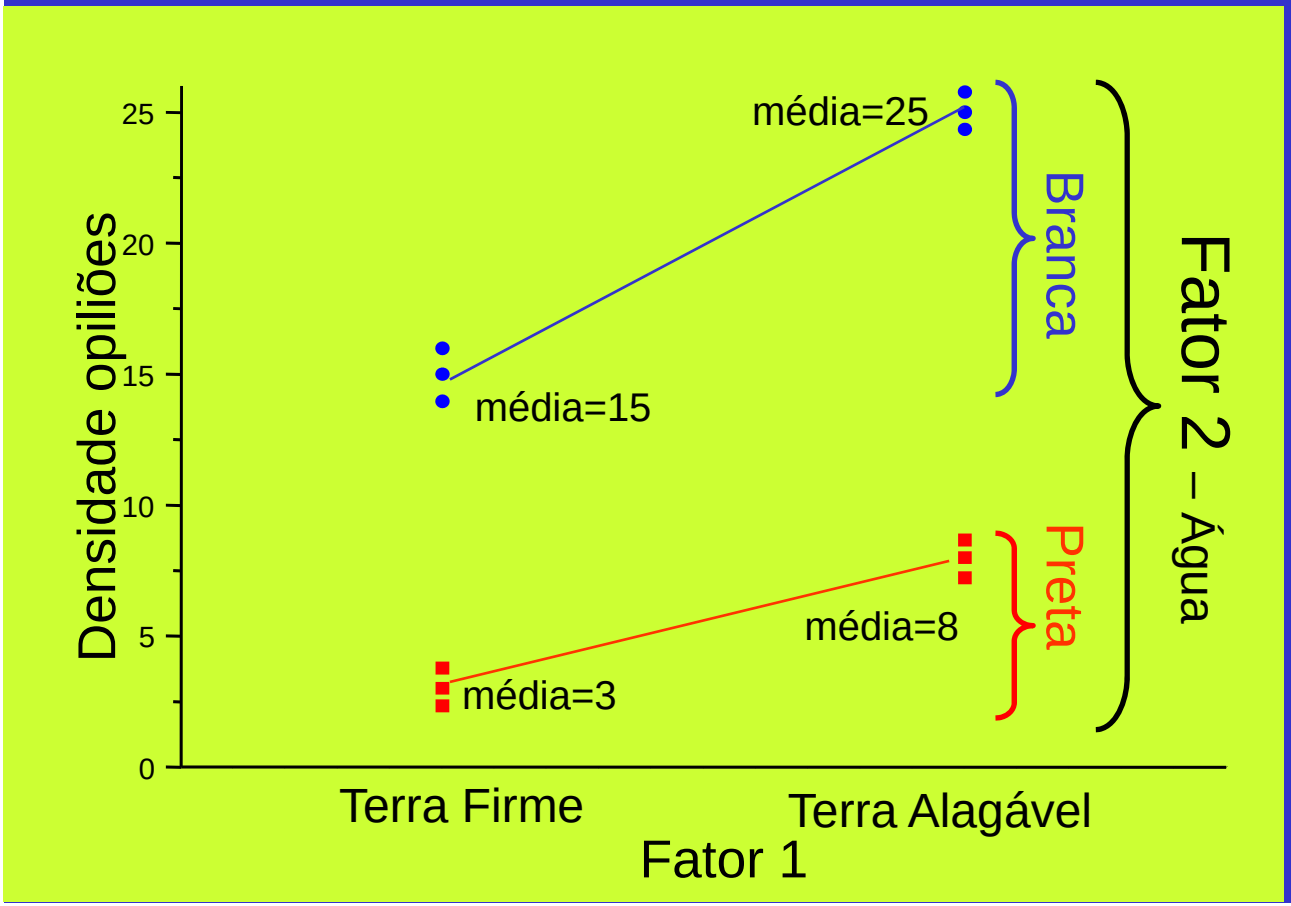
Na prática - Anova 1 fator

Resultado Systat - teste *a posteriori*

```
COL/
ROW VEGETACAO$
  1  campina
  2  firme
  3  várzea
Using least squares means.
Post Hoc test of RATOSARMADI
-------------------------------------------------------------
Using model MSE of 0.131 with 6 df.
Matrix of pairwise mean differences:
                        1           2           3
             1          0.000
             2         -1.200       0.000
             3         -1.437      -0.237       0.000

Tukey HSD Multiple Comparisons.
Matrix of pairwise comparison probabilities:
                        1           2           3
             1          1.000
             2          0.016       1.000
             3          0.007       0.716       1.000
-------------------------------------------------------------
```

Na prática - Anova 2 fatores



Dens. opliões	Bacia	Alaga
2.5	Negro	firme
3	Negro	firme
3.5	Negro	firme
7.5	Negro	alaga
8	Negro	alaga
8.5	Negro	alaga
14.5	Solim	firme
15	Solim	firme
15.5	Solim	firme
24.5	Solim	alaga
25	Solim	alaga
25.5	Solim	alaga

Na prática - Anova 2 fatores

Resultado Systat

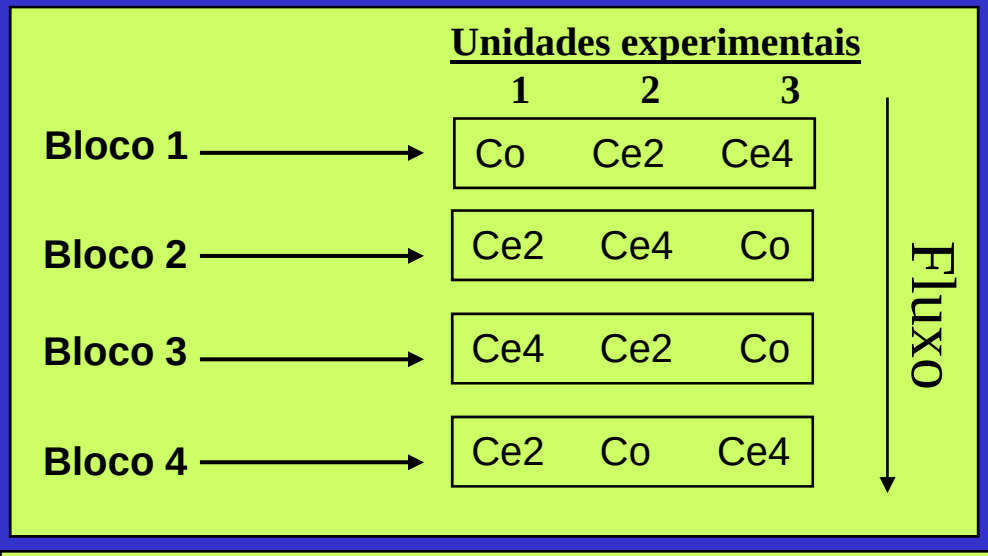
Dep Var:DENSOPILIO N:12 Multiple R:0.999 Squared multiple R:0.998

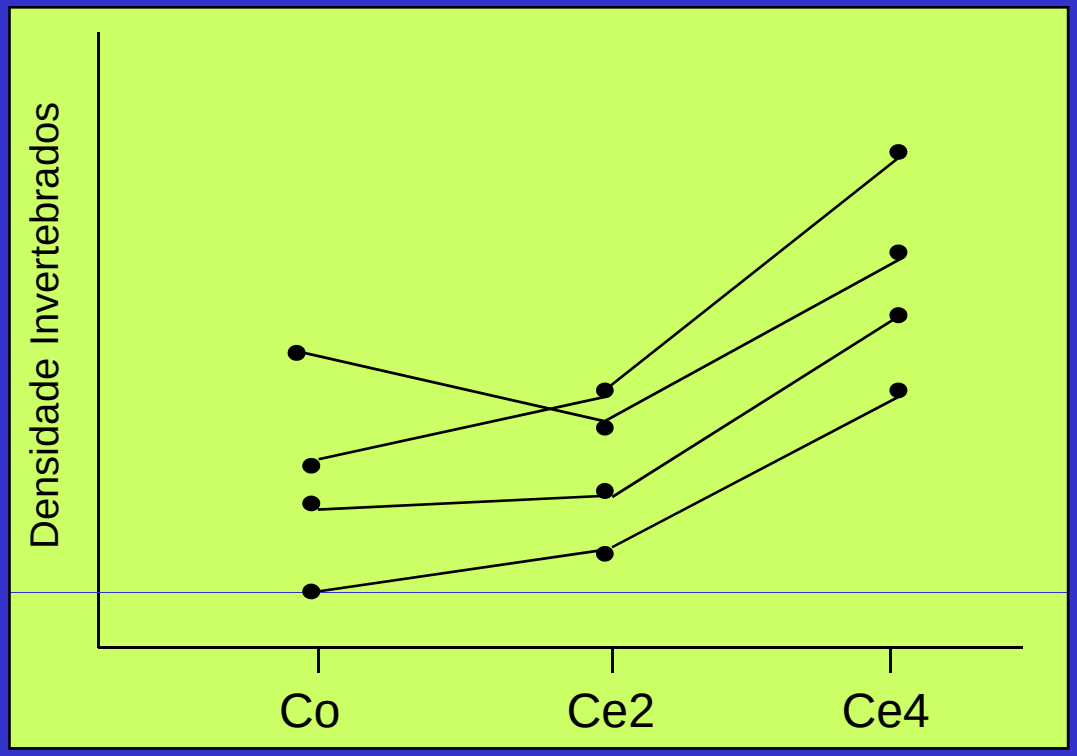
		DENSOPILIO
CONSTANT		12.750
RIO$	Negro	-7.250
ALAGAMENTO$	alaga	3.750
ALAGAMENTO$	alaga	
RIO$	Negro	-1.250

Analysis of Variance

Source	Sum-of-Squares	df	Mean-Square	F-ratio	P
RIO$	630.750	1	630.750	2523.000	0.000
ALAGAMENTO$	168.750	1	168.750	675.000	0.000
ALAGAMENTO$*RIO$	**18.750**	**1**	**18.750**	**75.000**	**0.000**
Error	2.000	8	0.250		

Na prática Anova 1 fator + bloco





Densid Algas	Trat	Bloco
2.5	cont	1
3	ce2	1
4.5	ce4	1
17.5	cont	2
17	ce2	2
19.5	ce4	2
14.5	cont	3
15	ce2	3
15.5	ce4	3
4.5	cont	4
5	ce2	4
5.5	ce4	4

cont = controle
ce2 = cont. proced.
ce4 = exclusão

Na prática Anova 1 fator + bloco

Resultado Systat com bloco

Dep Var:VAR00001 N:12 Multiple R:0.998 Squared multiple R: 0.997

Analysis of Variance

Source	Sum-of-Squares	df	Mean-Square	F-ratio	P
TRATAM$	**5.167**	**2**	**2.583**	**10.333**	**0.011**
BLOCO$	474.000	3	158.000	632.000	0.000
Error	1.500	6	0.250		

Resultado Systat sem bloco

Dep Var: VAR00001 N: 12 Multiple R: 0.104 Squared multiple R: 0.011

Analysis of Variance

Source	Sum-of-Squares	df	Mean-Square	F-ratio	P
TRATAM$	**5.167**	**2**	**2.583**	**0.049**	**0.953**
Error	475.500	9	52.833		

Na prática - Qui-quadrado

A presença de mosquitos depende da espécie de bromélia?

	Presença mosquito (resposta)		
	Sim	Não	Totais
Bromélia A	18	15	33
Bromélia B	8	32	40
Totais	26	47	73

Na prática - Qui-quadrado

	Presença mosquito (resposta)		
	Sim	Não	Totais
Bromélia A	18 (11.75)	15 (21.25)	33
Bromélia B	8 (14.25)	32 (25.75)	40
Totais	26	47	73

Frequência Esperada

$$\frac{\text{total linha} * \text{total coluna}}{\text{total geral}}$$

(33*26) / 73 = 11.75

$$\chi^2_{Pearson} = \sum \frac{(O-E)^2}{E}$$

$$\chi^2_{Pearson} = \frac{(18-11.75)^2}{11.75} + \frac{(8-14.25)^2}{14.25} + \frac{(15-21.25)^2}{21.25} + \frac{(32-25.75)^2}{25.75} = 3.32+2.74+1.83+1.52 = 9.42$$

df = (linhas-1)*(colunas-1) = 1*1 = 1

Probabilidade de obter o valor 9.42 com 1 df = 0.0022

Na prática - Qui-quadrado

Frequência	Mosquito	Bromélia
18	sim	a
8	sim	b
15	nao	a
32	nao	b

Resultado Systat

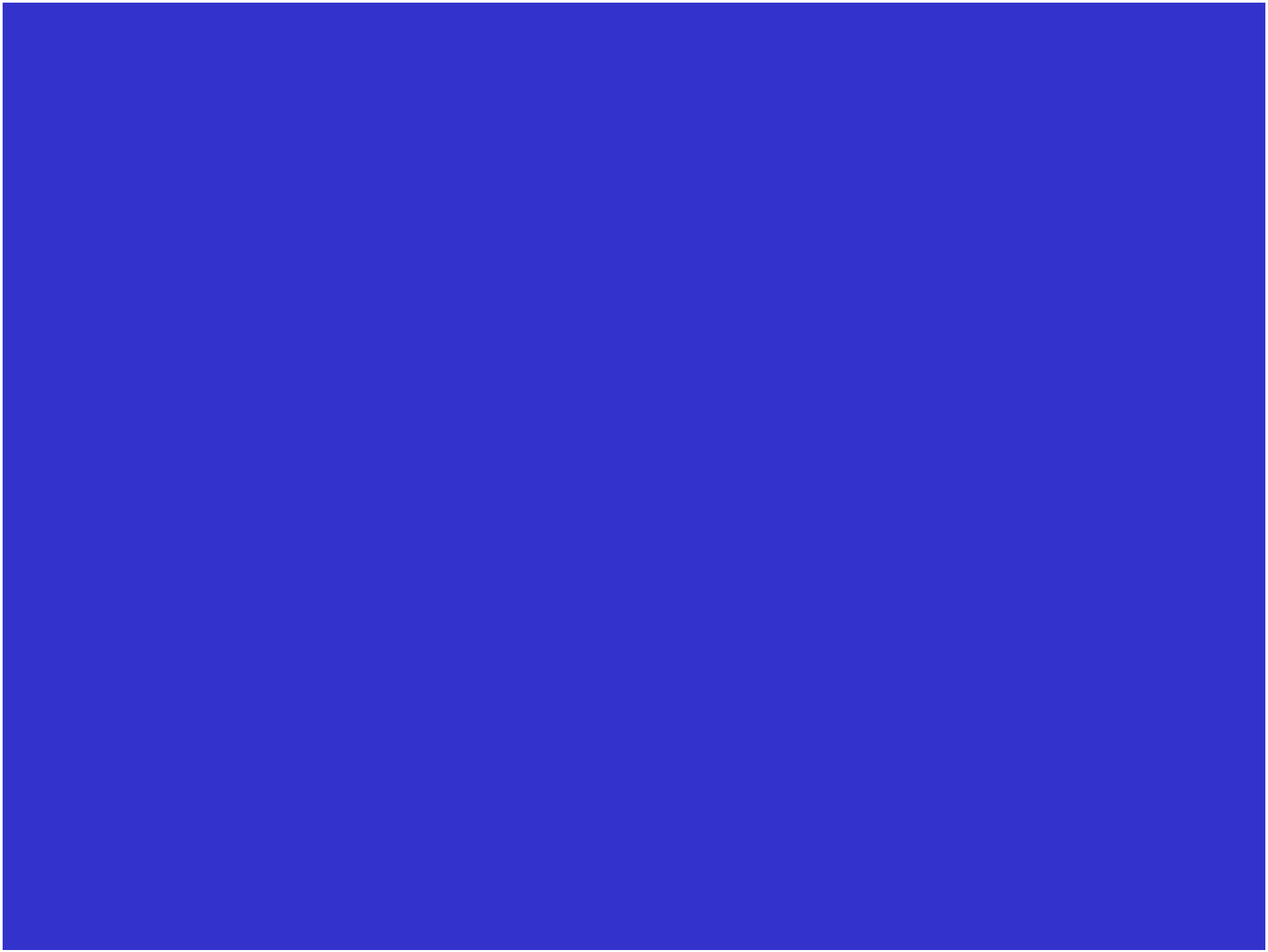
Case frequencies determined by value of variable FREQ.

Frequencies

MOSQUITO$ (rows) by BROMELIA$ (columns)

	a	b	Total
nao	15	32	47
sim	18	8	26
Total	33	40	73

Test statistic	Value	df	Prob
Pearson Chi-square	**9.410**	**1.000**	**0.002**



Análise Multivariada Exploratória

Matrix de locais (objetos) por espécies (variáveis)

	sp1	sp2	sp3	sp4	sp5	sp6	sp7
Sitio1	0	5	12	23	23	68	0
Sitio2	5	10	24	0	45	52	6
Sitio3	78	79	0	0	2	0	54
Sitio4	45	79	0	0	3	0	68
Sitio5	6	2	34	0	10	0	2

Índices de similaridade: Qualitativos: Presença e ausência

		amostra 1	
		+	-
amostra 2	+	a	b
	-	c	d

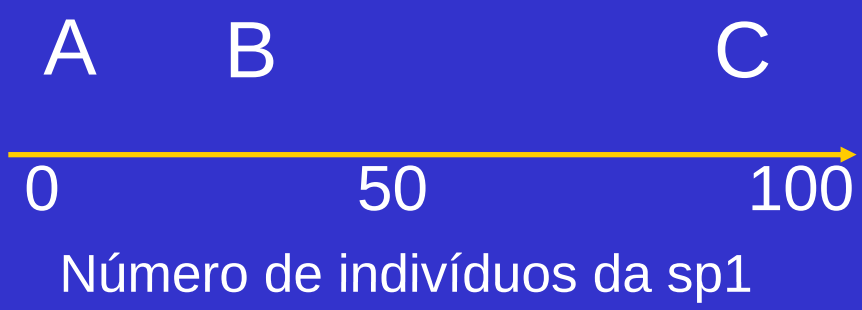
-Discordância quanto ao uso de “d”
-Geralmente variam entre 0 e 1

$$S_j = \frac{a}{a+b+c}$$ Jaccard

$$S_s = \frac{2a}{2a+b+c}$$ Sorensen

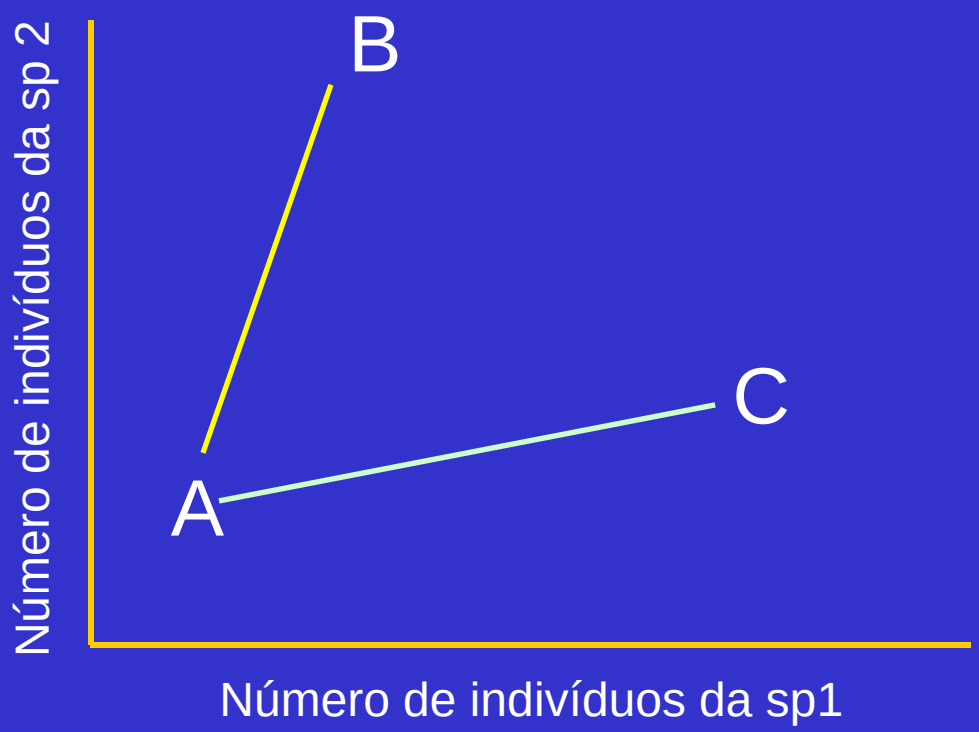
$$S_{sm} = \frac{a+d}{a+b+c+d}$$ Concordância simples (“simple matching”)

Índices de similaridade: Quantitativos: também abundância



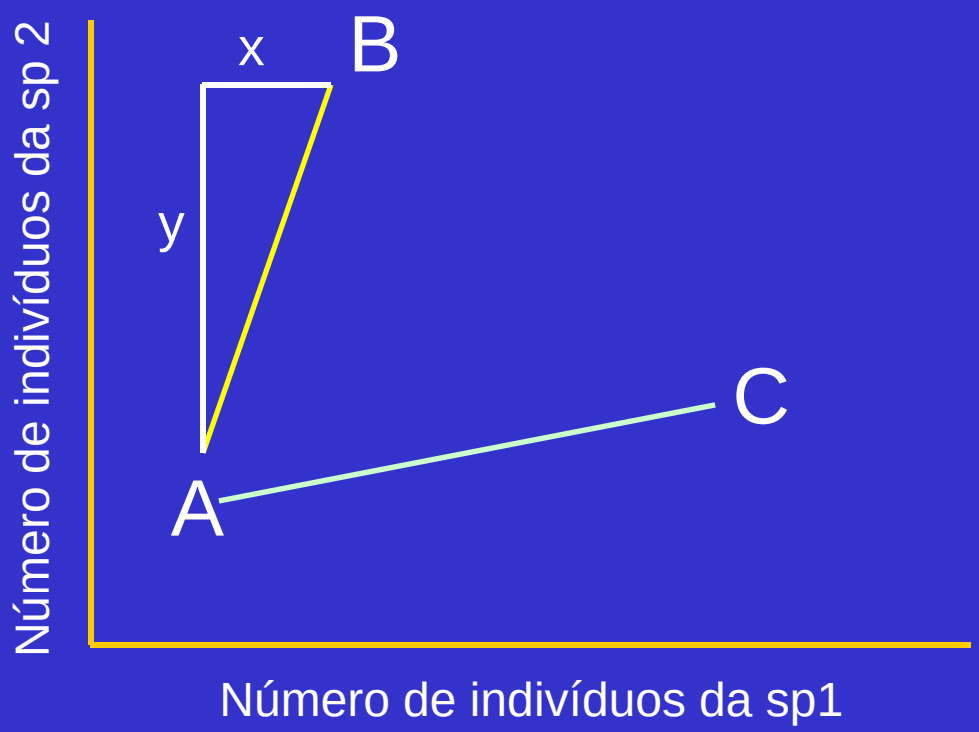
Índices de similaridade: Quantitativos: também abundância

Distância Euclidiana



Índices de similaridade: Quantitativos: também abundância

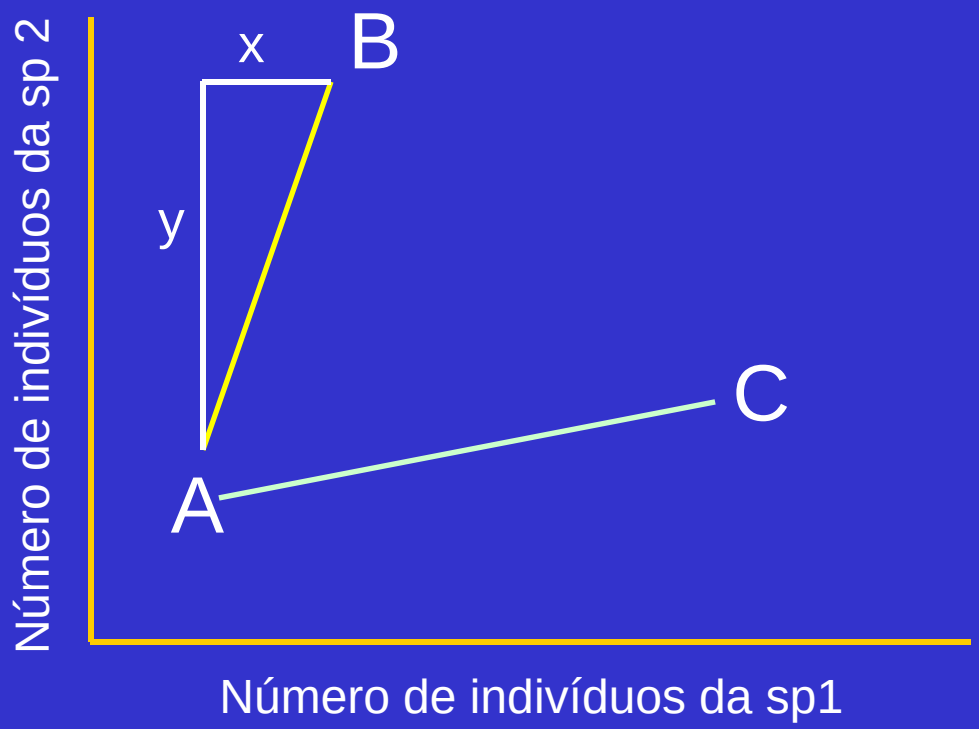
Distância Euclidiana $$D_{jk} = \sqrt{x^2 + y^2}$$



Índices de similaridade: Quantitativos: também abundância

Distância Euclidiana $D_{jk} = \sqrt{x^2 + y^2}$

E para 3, 4, 5 etc espécies?

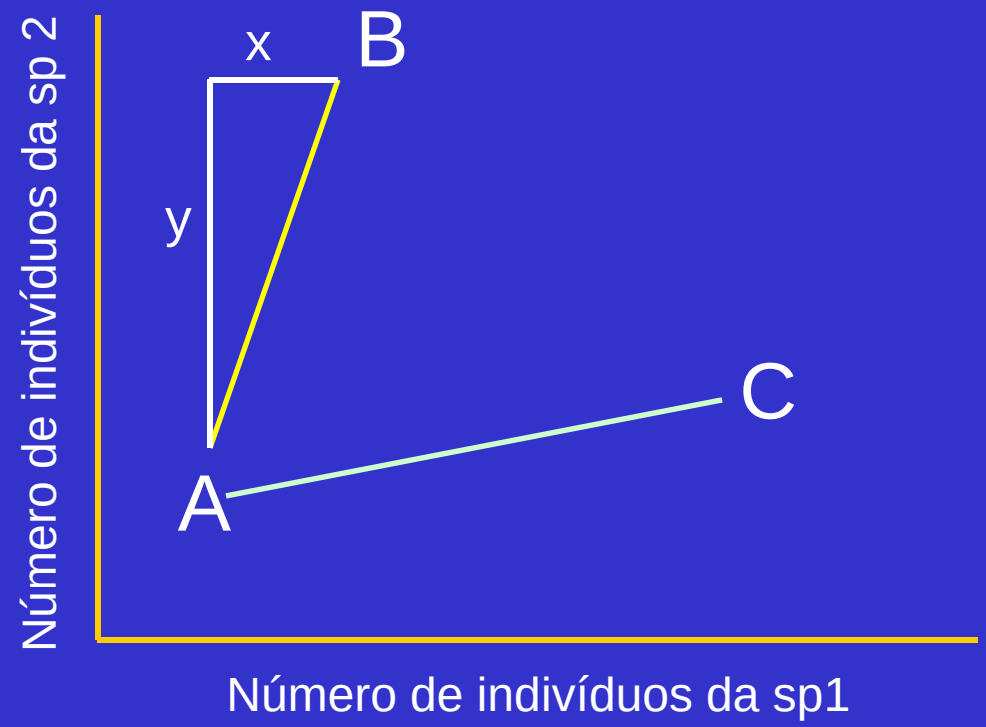


Índices de similaridade: Quantitativos: também abundância

Distância Euclidiana

$$D_{jk} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$D_{jk} = \sqrt{\sum_{i=1}^{s} \left(X_{ij} - X_{ik} \right)^2}$$



Índices de similaridade: Quantitativos: também abundância

Distância Euclidiana

$$\Delta_{jk} = \sqrt{\sum_{i=1}^{s} \left(X_{ij} - X_{ik} \right)^2}$$

$$d_{jk} = \sqrt{\frac{\Delta_{jk}^2}{s}}$$

varia de 0 ao ∞

Distância Manhattan
("city block")

$$\Delta_{jk} = \sum_{i=1}^{s} \left| X_{ij} - X_{ik} \right|$$

Distância Bray-Curtis

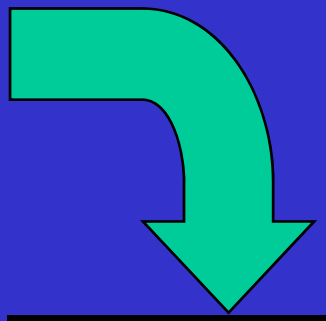
$$d_m(j,k) = \frac{\sum_{i=1}^{s} \left| X_{ij} - X_{ik} \right|}{\sum_{i=1}^{s} \left(X_{ij} + X_{ik} \right)}$$

varia de 0 a 1

Índices de similaridade

Dados originais

	sp 1	sp 2	sp 3	sp 4	sp 5
a1	5	2	5	2	1
a2	0	1	3	2	1
a3	2	1	3	2	1
b1	5	20	6	5	5
b2	12	19	4	7	11
b3	11	21	5	7	10

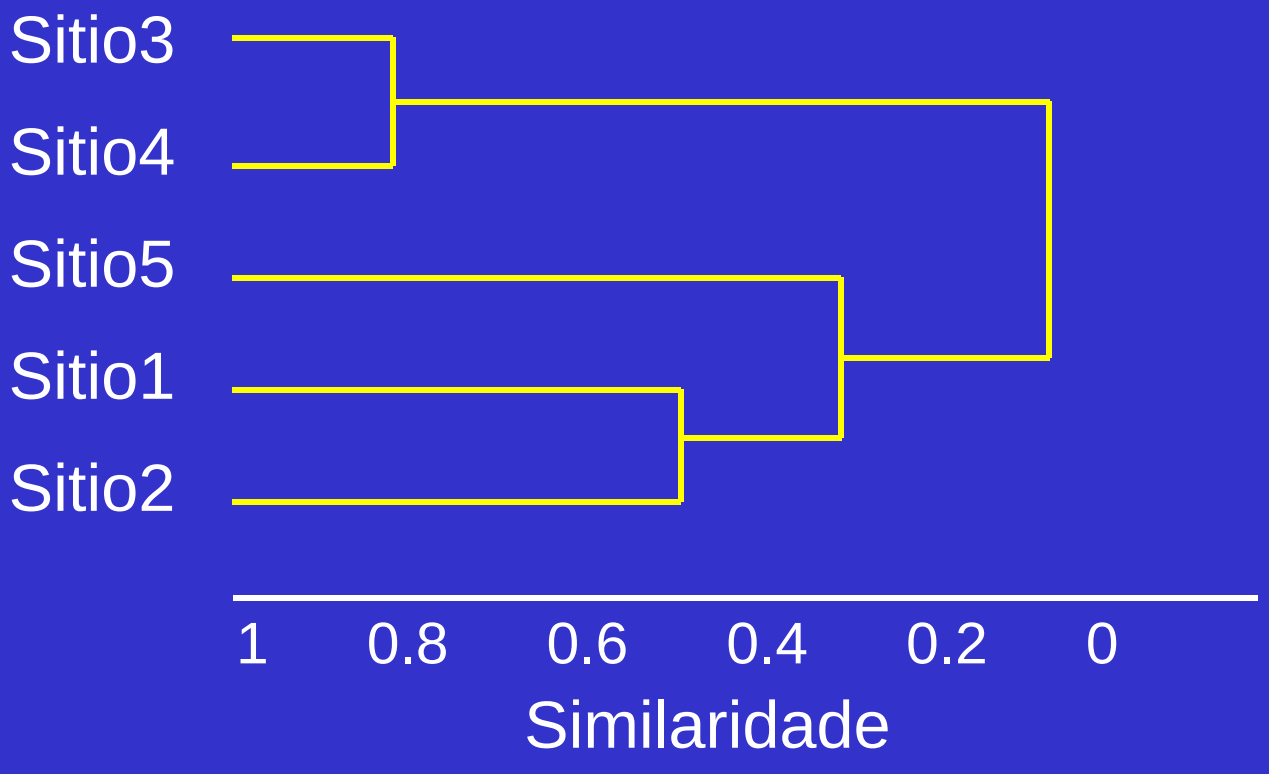


Matriz de distância (Bray-Curtis)

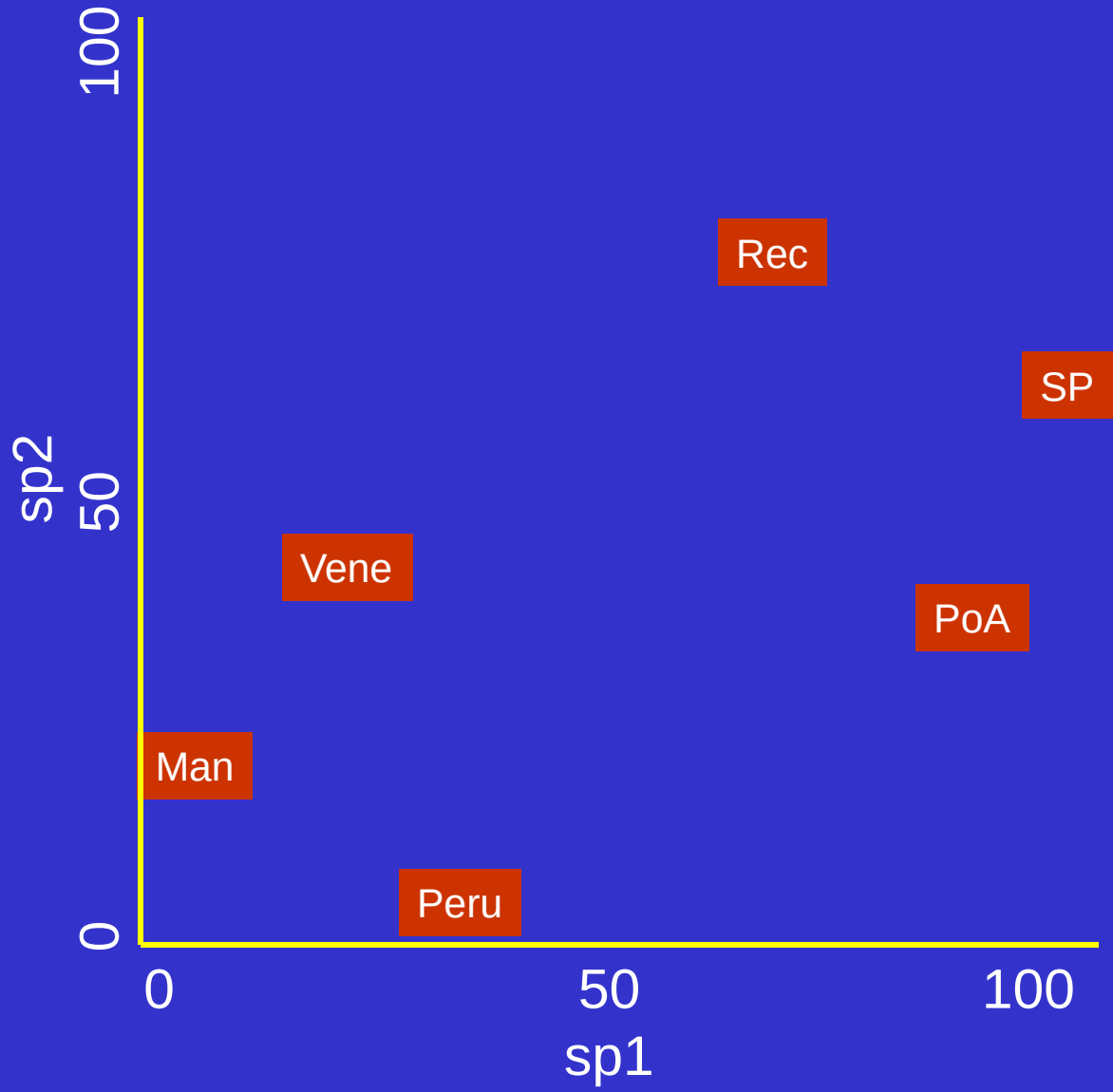
	a1	a2	a3	b1	b2	b3
a1	0					
a2	0,364	0				
a3	0,250	0,125	0			
b1	0,464	0,708	0,640	0		
b2	0,588	0,766	0,709	0.191	0	
b3	0,565	0,770	0,714	0,157	0,047	0

Análise Multivariada Exploratória: Classificação

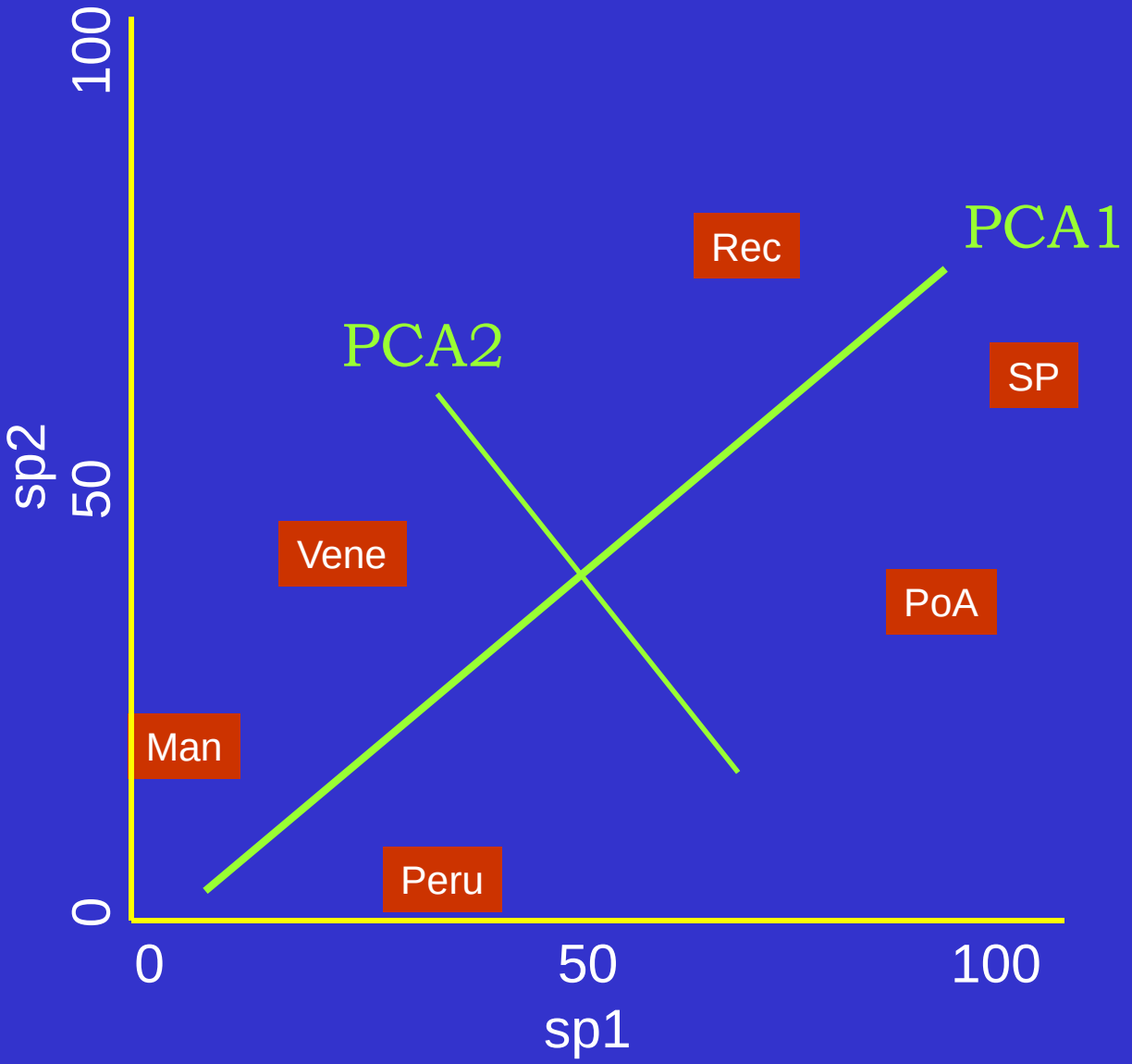
-Matriz de similaridade entre objetos (e.g. Jaccard, Bray-Curtis)
-Método de aglomeração (e.g. UPGMA)
-Resultado: Dendrograma



Análise Multivariada Exploratória: Ordenação



Análise Multivariada Exploratória: Ordenação



Análise Multivariada Exploratória: Ordenação

Análise Multivariada Exploratória: Ordenação